DINAMICA GRAVITACIONAL *

UNA NUEVA CONCEPCION CUANTICO - RELATIVISTA

Ing. SALVADOR PULIAFITO
Profesor Titilar de la Universidad
de Mendoza y de la Universidad
Tecnológica Nacional.

1. — introducción

Se ha definido como dinámica gravitacional a una nueva concepción cuántico relativista la cual asigna al fenómeno de la gravitación un papel fundamental en las interacciones físicas básicas.

Según esta concepción debemos considerar "materia", en el sentido de nuestras experiencias y de nuestras mediciones, a la energía de campo gravitacional concatenada a una .cierta superficie gaussiana que encierra una dada partícula.

Desde este punto de vista estamos invocando, a la manera einsteniana, un principio de identidad de masa, pero a diferencia de la dinámica relativista preferimos centrar la concepción en la gravitación y no en la inercia.

(*) Presentado en la Séptima Conferencia Internacional de Relatividad General y Gravitación llevada a cabo en Tel Aviv, Israel, en junio de 1974 bajo el título de "Gravitational Dynamics-A new quantum-relativistic conception" y en el Simposio Internacional sobre Relatividad y Teoría de Campo Unificado llevado a cabo en Calcutta, India, durante 1975-76 bajo el título "Discussion on the quantum-relativistic differential equation of gravitational dynamics". La primera parte fue publicada en el Journal of the International Society on General Relativity and Gravitation (GJI.G. Journal, VOL. 6 **Nº** 1 - 1975).

En nuestra opinión el modelo gravitacional de la materia permite profundizar el análisis de las propiedades físicas de la misma estableciendo un puente natural entre la mecánica cuántica y una concepción relativista.

En efecto, como veremos más adelante, podemos identificar las propiedades ondulatorias de la materia con las del campo gravitacional de una dada partícula, haciendo de este modo menos ardua la comprensión de la dualidad onda-corpúsculo.

La importancia de partir de una definición de tipo gravitacional, única, para la masa, posibilita, por otra parte, el establecimiento de un punto de vista formal de indudable trascendencia en la definición de las magnitudes básicas de la física.

Es bien conocido el hecho de que cualquiera sea el sistema de unidades que se adopte, la definición de la masa, con independencia de las otras magnitudes básicas, es un objetivo deseado pero no cumplido.

En efecto, debemos acudir a relaciones entre otras magnitudes para definir la masa que es, en definitiva, la propiedad fundamental de lo que llamamos "materia". Esta falencia solo puede ser superada asociando la masa al fenómeno gravitacional de la materia con exclusividad.

2. — Principio de identidad de masa

Resumiendo las consideraciones previas, se establece en dinámica gravitacional, por lo tanto, que la materia exhibe sus propiedades físicas a través de su masa gravitacional únicamente, cuya definición daremos más adelante, por aplicación de la ley de Gauss.

3. — Descripción del campo gravitacional

El campo gravitacional será considerado desde un punto de vista cuántico de acuerdo a las características generales del modelo siguiente:

a) las líneas de flujo de un campo gravitacional son las trayectorias de los cuantos de dicho campo (gravitones);

b) la velocidad relativa de los cuantos respecto de un sistema de referencia fijo a la partícula considerada es igual a la velocidad de la luz;

c) Los cuantos gravitacionales son eléctricamente neutros.

El modelo sugerido en esta concepción posibilitará básicamente interpretar de una manera razonable las funciones de onda asociadas a una partícula dada.

En efecto, desde un punto de vista macroscópico el campo gravitacional será "estacionario" dado que supondremos que la frecuencia de incidencia de los gravitones en una línea de flujo sea lo suficientemente alta como para no percibir las propiedades ondulatorias de los procesos dinámicos. Además, desde el punto de vista macroscópico, el flujo ligado a cuerpos materiales es seguramente de magnitud apreciable como para ocultar tales propiedades.

Por otra parte, la experiencia acumulada a la fecha permite asegurar que tales propiedades ondulatorias intervienen activamente en las interacciones entre partículas a nivel microscópico abriendo de este modo el capítulo de la física que conocemos como mecánica cuántica.

En consecuencia, la "frecuencia universal de gravitación" y el flujo total ligado a una partícula serán, como veremos, los parámetros que configuran la distinción entre una concepción cuántica (u ondulatoria) de la materia y una concepción continua (ya sea clásica o puramente relativista).

4. — Definición de la masa gravitacional

Si la materia exhibe sus propiedades dinámicas exclusivamente desde un punto de vista gravitacional, la definición de la masa podrá hacerse por aplicación de la ley de Gauss, es decir:

$$\Phi = m = \int_S \vec{\mathcal{D}} \cdot d\vec{S} \tag{1}$$

Siendo Φ el flujo total ligado a una dada partícula de masa m, $\bar{\mathcal{D}}$ el vector densidad de flujo gravitacional y S una superficie cerrada de control que encierre la partícula considerada.

Podemos ampliar esta definición si consideramos que esta partícula está ligada a N líneas de flojo y que m_{gr} es la masa equivalente de un cuanto de acción gravitacional:

$$\Phi = m = \int_S \vec{\mathcal{D}} \cdot d\vec{S} = \int_\tau \rho_m \, d\tau = N m_{gr} \qquad (2)$$

En consecuencia, definimos la masa gravitacional de una dada partícula encerrada en una superficie gaussiana como una medida del número total de gravitones que simultáneamente interaccionan con dicha superficie.

En un sistema de unidades naturales (en el cual consideramos el valor unitario la masa gravitacional equivalente de un cuanto) se podría alternativamente considerar como masa de una partícula al número de líneas de flujo concatenado a ella.

En la relación (2) también se ha considerado el volumen τ encerrado por la superficie S y una distribución volumétrica de masa ρ_m para la partícula considerada.

La magnitud del vector densidad de flujo gravitacional es, en rigor, una función del espacio y del tiempo, pero, a nivel macroscópico, por las razones anteriormente expuestas, se computan únicamente valores eficaces, que resultan, en consecuencia, funciones del espacio únicamente. De esta forma se obtienen valores estacionarios del tipo newtoniano para el campo gravitacional.

Por el contrario, a nivel microscópico, la densidad de flujo es una función de punto que depende del espacio y del tiempo y por lo tanto quedará estrechamente vinculada a la concepción ondulatoria de la mecánica cuántica.

5. — Frecuencia universal de gravitación y longitud de onda universal

En la sección anterior hemos dado una definición dé la masa gravitacional de una partícula en función del número de líneas de flujo ligado a ella.

Debemos en lo sucesivo considerar que la partícula está en general interaccionando con otras partículas vecinas. Por lo tanto la masa gravitacional propia m_o debe ser calculada en la condición física conocida como partícula libre o aislada, es decir:

$$\Phi_0 = m_0 = N_0 \, m_{gr} \tag{3}$$

En esta situación la partícula está ligada a su flujo gravitacional propio.

Si la partícula, en cambio, interacciona gravitacionalmente con otras partículas, se pondrá de manifiesto una definido estado dinámico. En este caso, la partícula tendrá, en general, una cierta probabilidad de concatenar líneas adicionales de flujo que llevarán a medir un nuevo valor de:

$$\Phi = m(v) = N(v) \, m_{gr} \tag{4}$$

Por lo tanto tendremos:

$$\frac{m(v)}{m_0} = \frac{N(v)}{N_0} = f(v) \tag{5}$$

Esto permite concebir un modelo ondulatorio para la materia si consideramos a la partícula y a su flujo gravitacional ligado.

En efecto, admitiendo la validez de la relación energética fundamental:

$$E_0 = h f_0 = m_0 c^2 \tag{6}$$

para una partícula aislada, y su nuevo valor:

$$E = h f = m c^2 \tag{7}$$

para una partícula en interacción, se podrán derivar algunas conclusiones adicionales sobre la naturaleza de la partícula y su campo asociado.

En primer lugar vamos a definir una "frecuencia universal de gravitación": f^*, como la frecuencia de incidencia de los cuantos según una línea de flujo gravitacional.

Esta frecuencia puede ser definida así:

$$f^* = \frac{1}{T^*} = \frac{f_0}{N_0} = \frac{f}{N} = cte \qquad (8)$$

y parece representar una constante universal para cualquier tipo de partícula y para cualquier tipo de interacción.

La longitud de onda universal de gravitación será, en consecuencia, medida así:

$$\lambda^* = \frac{c}{f^*} \qquad (9)$$

6. — Frecuencia y longitud de onda natural de una partícula - longitud de onda de Compton

Vamos ahora a definir la "frecuencia natural de gravitación" de una partícula dada, considerada libre. Según (8):

$$f_0 = f^* N_0 \qquad (10)$$

Esta frecuencia está determinada por una configuración especial de gravitones alrededor de la partícula considerada a la cual llamamos "onda asociada a la materia".

Definimos también la longitud de onda natural de una partícula por la relación:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{c}{f^* N_0} = \frac{\lambda^*}{N_0} = \frac{h}{m_0 c} \qquad (11)$$

Justamente esta relación es la conocida longitud de onda de Compton cuyo significado físico ha quedado oculto en la física moderna para otras concepciones.

7. — La constante de Planck - Su interpretación en dinámica gravitacional

Poetemos reescribir la relación (7) de la forma siguiente:

$$E = hf = mc^2 = N m_{gr} c^2 \tag{12}$$

la que según (8) nos dice:

$$hf^* = h \frac{1}{T^*} = m_{gr} c^2 \tag{13}$$

Esta expresión mide la energía transferida a una partícula dada, a través de una línea de flujo, por un gravitón.

La energía gravitacional puede entonces ser descripta como una cierta función de tiempo impulsiva, según cada línea de flujo:

$$E_1(t) = h\,\delta(t \pm nT^*) \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \tag{14}$$

El valor de h representa el área encerrada en cada impulso, en correspondencia de cada gravitón, y físicamente mide la energía transferida a la partícula en un tiempo prácticamente nulo.

En otras palabras en esta concepción la constante de Planck mide la energía de un cuanto de acción del campo gravitacional.

8. — Resonancia gravitacional de la materia - Relatividad de la masa

Una partícula libre concantena su propio campo gravitacional y por lo tanto oscila a su frecuencia natural "f_0"

Desde luego que estamos implícitamente considerando que una partícula es, en general, un sistema físico de segundo orden de complejidad variable según el tipo de partícula considerada.

Por tal razón, debemos pensar que además de su frecuencia natural de gravitación el sistema está caracterizado por otras dos magnitudes fundamentales, su radio de gravitación r_0 y su vida media τ

Un sistema de segundo orden oscila con una relación:

$$r(t) = r_0 e^{-t/\tau} \cos \omega_0 t \tag{15}$$

La masa gravitacional es una función del radio gravitacional con una incertidumbre:

$$\Delta m \cong \frac{\hbar}{\tau c^2} \tag{16}$$

Una partícula constituye un sistema estable si $\tau \rightarrow \infty$.

Una partícula libre oscila a la frecuencia natural:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{E_0}{h} = \frac{m_0 c^2}{h} \tag{17}$$

Vamos a considerar ahora a dicha partícula en un movimiento relativo respectg.de un campo gravitacional externo. El movimiento relativo cambiará la configuración natural gravitacional en el espacio que rodea a la partícula y una diferente frecuencia de excitación va a tener lugar.

Supongamos que la frecuencia de excitación del sistema sea una función de la velocidad, de acuerdo con la relación:

$$\frac{\omega_e}{\omega^*} = \frac{f_e}{f^*} = \frac{v}{c} \tag{18}$$

Se podrá entonces escribir para ese sistema de segundo orden que

$$r = \frac{r_0}{1 - \frac{\omega_e}{\omega^*} + j\frac{2}{\omega^* \tau}\frac{\omega_e}{\omega^*}} =$$

$$= \frac{r_0}{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 + j\,2\xi\frac{v}{c}} \tag{19}$$

donde ξ es la constante de amortiguamiento definida por la relación:

$$\xi = \frac{1}{\omega_0 \tau} \tag{20}$$

Los sistemas físicos ideales tienen $\xi = 0$ y entonces seguirán las leyes de la dinámica relativista

Por lo tanto, la amplitud relativa de las oscilaciones se incrementa con la velocidad V y en consecuencia se incrementa la probabilidad de interaccionar con líneas de flujo gravitatorias adicionales:

$$\frac{|r|}{r_0} = \frac{1}{\left\{\left[1-\left(\frac{v}{c}\right)^2\right]^2 + 4\xi^2\left(\frac{v}{c}\right)^2\right\}^{1/2}} \tag{21}$$

Si el movimiento es enteramente transversal respecto de la configuración de líneas de flujo del campo gravitacional externo, la experiencia indica que:

$$\frac{m}{m_0} = \left\{\frac{|r|}{r_0}\right\}^{1/2} \tag{22}$$

La graficación de la familia de curvas de resonancia con parámetro ξ nos muestra que existirá un máximo para la amplitud de la oscilación en correspondencia de v=c.

En el caso particular de los sistemas ideales $(\xi = 0)$ se obtiene la envolvente de la familia de curvas de resonancia que sigue las previsiones de la dinámica relativista. Para otros sistemas caracterizados por otros valores de ξ el valor máximo de la oscilación no alcanza el valor infinito y debemos pensar entonces que existe la posibilidad de que algunas partículas puedan superar la velocidad de la luz. (Ver Fig. Nº 1).

9. — Dinámica gravitacional y mecánica ondulatoria

9.1. Relaciones de De Broglie. Caso de un sistema ideal $(\xi = 0)$

Si una partícula, caracterizada por $\xi = 0$ se encuentra en movimiento relativo su energía gravitacional será medida por:

$$E = \hbar\omega = m_0 c^2 + T \tag{23}$$

diferenciando:

$$dE = \hbar\, d\omega = dT = V\, dp \qquad (24)$$

Considerando que la velocidad de grupo de onda coincide con la velocidad de la partícula:

$$V = \frac{d\omega}{d\beta} = \hbar \frac{d\omega}{dp} \qquad (25)$$

obtenemos la conocida relación fundamental de De Broglie

$$\hbar\, d\beta = dp \qquad (26)$$

Integrando:

$$\hbar \int_{\beta_0}^{\beta} d\beta = \int_{0}^{p} dp \qquad (27)$$

$$\hbar(\beta - \beta_0) = p \qquad (28)$$

Llamando finalmente $\vec{k}$ al vector de onda

$$\vec{k} = \vec{\beta} - \vec{\beta_0} = \Delta\vec{\beta} \qquad (29)$$

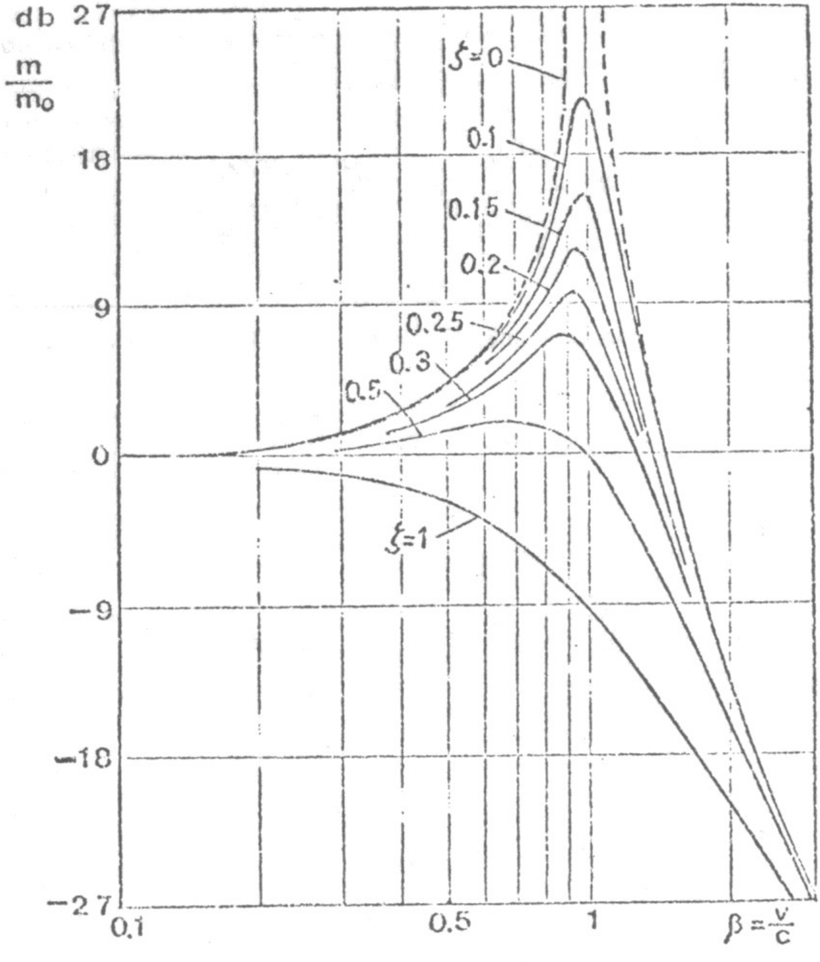
db
$\frac{m}{m_0}$
27
18
9
0
−9
−18
−27
0.1
0.5
1
$\beta = \frac{v}{c}$
$\xi = 0$
0.1
0.15
0.2
0.25
0.3
0.5
$\xi = 1$

FIG. 1

escribiremos finalmente en forma vectorial la relación fundamental de De Broglie:

$$\hbar \vec{k} = \vec{p} \tag{30}$$

Esta relación vale para casos relativistas (con $\xi = 0$) y no relativistas.

Debe observarse atentamente la relación (27) y la definición (29) que han permitido formalmente reescribir una relación conocida como relación de De Broglie. Sin embargo, conceptualmente, se ha puesto énfasis en introducir en el cómputo de aquélla los valores iniciales que se obtienen de considerar los parámetros básicos de una partícula libre. En otras palabras, si existe un estado dinámico provocado por una interacción, las relaciones básicas a considerar serán:

$$\beta = \beta_0 + \Delta\beta \tag{31}$$

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega \tag{32}$$

donde β_0 y ω_0 son los valores naturales de la partícula considerada, vinculados por la relación:

$$\beta_0 = \frac{\omega_0}{c} \tag{33}$$

9.2. Ecuación diferencial cuántico-relativista de onda asociada a una partícula.

Vamos a tratar de deducir ahora una ecuación diferencial cuántico-relativista que describa la configuración gravitacional ondulatoria del campo asociado a una partícula ideal $\xi = 0$ en movimiento relativo con velocidad V respecto de un campo externo.

Su configuración gravitacional podrá ser descripta mediante una función de onda:

$$\psi(\bar{r},t) = e^{J(\vec{\beta}\cdot\vec{r} - \omega t)} \qquad (34)$$

donde β y ω están definidas según (31) y (32).

La energía de esa partícula puede definirse:

$$E^2 = \hbar^2 \omega^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \qquad (35)$$

de donde:

$$\omega^2 = \frac{m_0^2 c^4}{\hbar^2} + \frac{p^2}{\hbar^2} c^2 \qquad (36)$$

siendo:

$$\omega_0 = \frac{m_0 c^2}{\hbar} \qquad (37)$$

quedará:

$$\frac{\omega^2}{c^2} = \frac{\omega_0^2}{c^2} + \frac{p^2}{\hbar^2} \qquad (38)$$

Por otra parte, de la relación (31) se tiene:

$$\beta^2 = \beta_0^2 + 2\Delta\beta\beta_0 + \Delta\beta^2 \qquad (39)$$

siendo:

$$\Delta\beta = k = \frac{p}{\hbar} \qquad (40)$$

En consecuencia, restando m. a m. (39) y (38):

$$\beta^2 - \frac{\omega^2}{c^2} = 2\beta_0 \frac{p}{\hbar} = 2\frac{\omega_0}{c}\frac{p}{\hbar} \qquad (41)$$

Esta relación satisface una ecuación diferencial de onda del tipo:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} = \left[\beta^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\right]\psi \qquad (42)$$

Y en forma general:

$$\Box \psi = 2\frac{\omega_0}{c}\frac{p}{\hbar}\psi \qquad (43)$$

que es la ecuación de ondas correspondiente a la configuración gravitacional de la partícula en movimiento caracterizado por su impulso relativo p.

10. — Discusión de la ecuación de ondas de la dinámica gravitacional

Al deducir la ecuación diferencial (43), que es la ecuación fundamental de esta concepción, hemos aludido al hecho de que un movimiento relativo altera la configuración natural de una partícula, caracterizada por sus valores de estado libre ω_0 y β_0

Tal proceso de perturbación es una función de su presente estado dinámico relativo:

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega = \frac{m_0 c^2}{\hbar} + \frac{T}{\hbar} \qquad (44)$$

$$\beta = \beta_0 + \Delta\beta = \beta_0 + \frac{p}{\hbar} \qquad (45)$$

Es decir:

$$\Delta\omega = \frac{T}{\hbar} \qquad (46)$$

y

$$\Delta\beta = \frac{p}{\hbar} \qquad (47)$$

La ecuación de onda (43) permite deducir funciones de onda de este tipo:

$$\Psi(\bar{r},t) = \Psi_0(\bar{r},t)\,\Psi_s(\bar{r},t) \qquad (48)$$

donde:

$$\Psi_0(\bar{r},t) = \exp j(\bar{\beta_0}\cdot\bar{r} - \omega_0 t) \qquad (49)$$

representa la función de onda natural gravitacional de la partícula considerada libre. A su vez:

$$\Psi_s(\bar{r},t) = \exp j(\Delta\bar{\beta}\cdot\bar{r} - \Delta\omega\, t) \qquad (50)$$

representa la fundón "moduladora" del estado fundamental, o función de SCHRODINGER, que tiene en cuenta el estado dinámico relativo de la partícula considerada.

Ambas funciones pueden también escribirse así:

$$\psi_0(\bar{r},t) = \psi(\bar{r},t)\, \psi_s^*(\bar{r},t) \tag{51}$$

$$\psi_s(\bar{r},t) = \psi(\bar{r},t)\, \psi_0^*(\bar{r},t) \tag{52}$$

La velocidad de grupo viene definida por:

$$V_g \equiv V = \frac{d\omega}{d\beta} \tag{53}$$

y coincide con la velocidad de la partícula.

10.1. **Consideraciones relativistas.**

Vamos a descomponer la ecuación de ondas dada por la (43) en dos ecuaciones linealmente independientes, una para la onda fundamental gravitacional $\psi_0(\bar{r},t)$ y otra para la ecuación $\psi_s(\bar{r},t)$ que representa el estado dinámico relativo de la partículaconsiderada.

Para ello, teniendo en cuenta que:

$$\omega^2 = \omega_0^{\,2} + 2\omega_0\,\Delta\omega + \Delta\omega^2 \tag{54}$$

$$\beta^2 = \beta_0^2 + 2\beta_0 \Delta\beta + \Delta\beta^2 \qquad (55)$$

$$\beta_0^2 = \frac{\omega_0^2}{c^2} \qquad (56)$$

y multiplicando la ecuación (43) por ψ_s^* se obtiene:

$$\Box \psi_0 + \psi_0 \left(\Delta\beta^2 - \frac{\Delta\omega^2}{c^2} - 2\omega_0 \frac{\Delta\omega}{c^2} \right) = 0 \qquad (57)$$

Sabiendo que para $p = 0$

$$\Box \psi_0(\bar{r}, t) = 0 \qquad (58)$$

se deduce:

$$\psi_0 \left(\Delta\beta^2 - \frac{\Delta\omega^2}{c^2} \right) = 2\omega_0 \frac{\Delta\omega}{c^2} \psi_0 \qquad (59)$$

Multiplicando esta última relación por $\psi_0^* \psi_s$ se puede finalmente escribir:

$$\Box \psi_s = 2\omega_0 \frac{\Delta\omega}{c^2} \psi_s \qquad (60)$$

y considerando (46):

$$\Box \psi_s = 2 \frac{\omega_0}{c^2} \frac{T}{\hbar} \psi_s \qquad (61)$$

Las ecuaciones (58) y (61) describen el estado fundamental, natural, de la partícula y su estado dinámico, respectivamente, y según consideraciones relativistas.

10.2. Consideraciones no relativistas.

Si la partícula tiene un movimiento relativo tal que $V << c$, la ecuación (61) puede ser simplificada de la siguiente forma:

$$-\nabla^2 \psi_s \cong 2 \frac{\omega_0}{c^2} \frac{p^2}{2\hbar^2 m_0} \psi_s \qquad (62)$$

dado que:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial t^2} \cong 0 \qquad (63)$$

La ecuación (61) puede ponerse entonces en la conocida forma de la ecuación de SCHRGDINGER no relativista:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \nabla^2 \psi_s \cong j\hbar \frac{\partial \psi_s}{\partial t} \qquad (64)$$

Nuevamente, esta ecuación y la ecuación (58) describen completamente el estado de la partícula, en movimiento relativo, y en el caso de $V << c$.

11. — Normalización de una función de onda asociada a una partícula libre

Para una $p=0$, partícula libre, la ecuación fundamental (43) se escribe:

$$\Box \, \Psi_0(\bar{r},t)=0 \qquad (65)$$

cuya solución es la función de onda natural:

$$\Psi_0(\bar{r},t)=\exp j\left(\bar{\beta_0}\cdot\bar{r}-\omega_0 t\right) \qquad (66)$$

Si consideramos además una partícula puntual, la configuración gravitacional natural será de simetría esférica:

$$\Psi_0(\bar{r},t)=\frac{1}{r}\exp j\left(\beta_0 r-\omega_0 t\right) \qquad (67)$$

En este último caso se define una densidad de flujo gravitacional:

$$\mathcal{D}_0(r)=\frac{m_0}{4\pi r^2}=\frac{N_0}{4\pi r^2} \qquad (68)$$

habiendo considerado un sistema de unidades en el cual $m_{gr}=1$.

Por lo tanto:

$$\mathcal{D}_0(r)=\frac{N_0}{4\pi}\Psi_0\Psi_0^{*}=\frac{N_0}{4\pi}\left|\Psi_0(\bar{r},t)\right|^2 \qquad (69)$$

La función de onda natural normalizada será entonces:

$$\psi_{0n} = \left(\frac{N_0}{4\pi}\right)^{1/2} \psi_0(\bar{r}, t)$$

Como puede verse, en dinámica gravitacional la interpretación física de la función de onda difiere de la interpretación de la escuela de Copenhaguen.

En efecto, el concepto de probabilidad ligado al concepto de función de onda de la mecánica ondulatoria representó la mejor solución ante la carencia de un modelo gravitacional para la materia.

La dinámica gravitacional provee en nuestra opinión una nueva interpretación razonablemente mucho más aceptable dado que vincula la función de onda al campo gravitacional asociado a una partícula.

Observar que en alguna forma hay cierta equivalencia entre la probabilidad de encontrar una partícula en una cierta región del espacio y el valor de la densidad de flujo gravitacional ligado a dicha partícula en esa región.

12. - Ecuaciones de potencial del campo gravitacional

En esta sección se escribirán las ecuaciones de potencial del campo gravitacional de una partícula dada en el caso de ser cónsiderada libre, y en el caso de una interacción con un campo externo.

a) **Partícula libre.**

La función de onda natural de gravitación origina una función potencial gravitacional escalar:

$$\Phi_0(\bar{r}, t) = -\frac{m_0}{4\pi k_1} \psi_0(\bar{r}, t)$$

Si se considera una partícula puntual existirá una configuración de simetría esférica y en consecuencia:

$$\Phi_0(\bar{r},t) = -\frac{m_0}{4\pi k_1 r}\psi_{00}(r,t) \qquad (72)$$

Si el problema es de tipo macroscópico interesa definir un potencial estacionario de tipo newtoniano:

$$\Phi_0(r) = -\frac{m_0}{4\pi k_1 r}\psi_{00}\,\psi_{00}^{*} \qquad (73)$$

Se ha considerado que:

$$4\pi k_1 = \frac{1}{G} \qquad (74)$$

siendo G la constante universal de gravitación.

b) **Partícula en campo externo.**

En este caso, la configuración natural es modulada por el estado dinámico de la partícula con relación a un campo extraño originando una función de onda:

$$\psi(\bar{r},t) = \psi_0(\bar{r},t)\,\psi_s(\bar{r},t) \qquad (75)$$

La función de onda $\psi_s(\bar{r},t)$ origina dos componentes de potencial de campo gravitacional vinculados al estado dinámico de la partícula.

En efecto, reescribiendo (61):

$$\left(\square - M^2\right)\psi_s = 0 \qquad (76)$$

se pueden definir dos funciones de onda componentes:

$$\begin{cases} \Omega = \psi_s + \dfrac{j}{N}\dfrac{\partial \psi_s}{\partial t} & (77) \\ \Theta = \psi_s - \dfrac{j}{N}\dfrac{\partial \psi_s}{\partial t} & (78) \end{cases}$$

donde:

$$N = Mc = \left(2\omega_0 \frac{T}{\hbar}\right)^{1/2} \qquad (79)$$

En particular para el límite no relativista:

$$N = \frac{p}{\hbar}c \qquad (v \ll c) \qquad (80)$$

Vamos a definir una función potencial escalar $\delta\Phi_s(\bar{r},t)$ y una función potencial vectorial $\vec{A}_s(\bar{r},t)$ que tengan en cuenta el estado dinámico de la partícula, de modo que:

$$\begin{cases} \delta\Phi_s(\bar{r},t) = C_1 \dfrac{\Omega+\Theta}{2} = C_1\, \Psi_s(\bar{r},t) \\ |\vec{A}_s(\bar{r},t)| = C_2 \dfrac{\Omega-\Theta}{2} = C_2 \dfrac{j}{N} \dfrac{\partial \Psi_s}{\partial t} \end{cases}$$

Ajustamos las constantes C_1 y C_2 de forma tal de satisfacer las consideraciones físicas del caso y obtenemos:

$$\begin{cases} \delta\Phi_s(\bar{r},t) = -\dfrac{\Delta m}{4\pi k_1}\, \Psi_s(\bar{r},t) \\ |\bar{A}_s(\bar{r},t)| = -j2 \dfrac{\hbar}{p} \dfrac{\partial \Psi_s}{\partial t} \end{cases}$$

En definitiva, para este caso debemos considerar un potencial total escalar:

$$\Phi(\bar{r},t) = \Phi_0(\bar{r},t) + \delta\Phi_s(\bar{r},t)$$

Si estamos en el caso de configuraciones de simetría esférica, se definirá un potencial newtoniano:

$$\varphi(r) = \varphi_0(r) + \delta\varphi_s(r)$$

La contribución de $\delta\varphi_s(\bar{r})$ en la ecuación anterior, es la responsable de las correcciones relativistas de los movimientos keplerianos. Este potencial se debe al incremento relativo de la masa gravitacional de la partícula en el caso de una interacción con campo externo.

Ambos potenciales deben satisfacer ecuaciones diferenciales de onda del tipo:

$$\begin{cases} \Box\, \delta \Phi_s(\bar{r},t) = \delta \rho_m / k_1 & (87) \\ \Box\, \vec{A}_s(\bar{r},t) = k_2 \vec{J}_m & (88) \end{cases}$$

con una condición de Lorentz:

$$\nabla . \vec{A}_s = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial \delta \phi_s}{\partial t} \tag{89}$$

La fuente del potencial escalar es la distribución volumétrica de masa de la configuración, $\delta \rho_m$ la fuente del potencial vectorial es la densidad másica, $\vec{J}_m$ cuyos valores pueden ser calculados mediante:

$$\begin{cases} \delta \rho_m = j\dfrac{\hbar}{k_2 \Delta m c^2}\left[\psi_s^* \dfrac{\partial \psi_s}{\partial t} - \dfrac{\partial \psi_s^*}{\partial t}\psi_s\right] & (90) \\ \vec{J}_m = \dfrac{\hbar}{j k_2 m}\left[\psi_s^* (\nabla \psi_s) - (\nabla \psi_s^*)\, \psi_s\right] & (91) \end{cases}$$

Las fuentes satisfacen además las relaciones siguientes:

$$\nabla \cdot \delta \vec{\mathcal{D}}_g = \delta \rho_m \tag{92}$$

$$\vec{\mathcal{J}}_m = \delta \rho_m \vec{V} \tag{93}$$

siendo V la velocidad relativa de la partícula y p su im su pulso correspondiente.

Ambas fuentes se encuentran relacionadas por la ecuación de la continuidad:

$$\nabla \cdot \vec{\mathcal{J}}_m = - \frac{\partial \delta \rho_m}{\partial t} \tag{94}$$

13. — Componentes ondulatorias del campo gravitacional

Hemos visto cómo una partícula excitada, en estado dinámico relativo, origina una especial configuración gravitacional ondulatoria caracterizada por las funciones potenciales

$$\delta \Phi_s(\bar{r}, t) \quad y \quad \bar{A}_s(\bar{r}, t)$$

Por lo tanto, una onda gravitacional, asociada a una partícula en movimiento relativo, tiene dos componentes de campo que llamaremos: intensidad del campo gravitacional, $\delta \mathcal{E}_{gs}$, e inducción gravitacional $\mathcal{B}_{gs}$ ligadas desde lugo por ecuaciones tipo Maxwell:

$$\begin{cases} \delta \vec{\mathcal{E}}_{g_s} = -\nabla \delta \phi_s - \dfrac{\partial A_s}{\partial t} & (95) \\ \vec{\mathcal{B}}_{g_s} = \nabla \times \vec{A}_s = k_2 \vec{\mathcal{H}}_{g_s} & (96) \end{cases}$$

Siendo

$$k_2 = \frac{1}{k_1 c^2} \qquad (97)$$

De esta forma, así como en el pasado las ecuaciones de Maxwell hicieron posible la unificación conceptual de la óptica y el electromagnetismo, la misma estructura de campo parece ser el puente natural para unificar el electromagnetismo con la gravitación en una búsqueda continuada hacia una teoría de campo unificado.

Por último cabe sintetizar que el campo gravitacional posee una intensidad total:

$$\vec{E}_g(\bar{r}) = \vec{E}_{g_0}(\bar{r}) + \delta \vec{E}_{g_s}(\bar{r}) \qquad (98)$$

que corresponde a la superposición de los efectos de la configuración natural y los producidos por la modulación debida al estado dinámico.

14. — Correcciones cuántico-relativistas a la mecánica newtoniana

Una de las previsiones más notables se refiere a la corrección de las trayectorias previstas por la mecánica clásica en los movimientos keplerianos.

Nos referiremos concretamente al conocido fenómeno del avance del perihelio de Mercurio. Este fenómeno es conocido por los astrónomos desde hace más de cien años atrás y resulta inexplicable a la luz de la mecánica clásica. El perihelio de Mercurio avanza unos 43" de arco en un período correspondiente a un siglo terrestre (Fig. N° 2).

El movimiento de este planeta se desarrolla alrededor del Sol mediante elipses "abiertas", pero limitadas en su tamaño.

La dinámica relativista y la dinámica gravitacional predicen con similar precisión la magnitud de este fenómeno.

Para ello habrá que tener en cuenta la corrección del potencial escalar newtoniano que se mencionó en la relación (86).

El fenómeno del avance del perihelio se hace más notable cuanto más intenso es el campo gravitacional externo a que está sujeto un cuerpo celeste. Es notable en el caso del planeta Mercurio y se hace menos evidente en el caso de Venus y de la Tierra misma, dado que el efecto decrece con la lejanía respecto del Sol.

Se puede demostrar, a partir de la (86), que el arco del avance se mide por el valor:

$$\delta\varphi \cong \frac{6\pi r_0}{a(1-\varepsilon^2)} \qquad (99)$$

donde r_0 es el radio gravitacional del sol:

$$r_0 = G\frac{m_s}{c^2} \cong 1.320 \ m \qquad (100)$$

definido a la manera einsteniana.

Las elipses tienen un semieje mayor "a" y una excentri" ε "

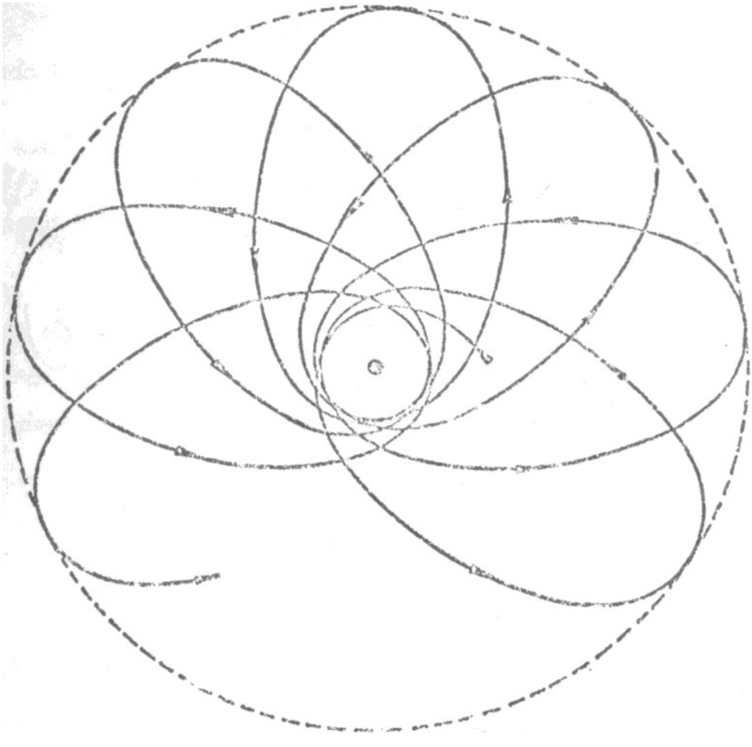

FIG. 2

15. — El "spin" una propiedad intrínseca de naturaleza gravitacional

Vamos a considerar el caso de partículas libres para las cuales no existe un impulso relativo $(p = 0)$

La ecuación fundamental que describe la configuración natural gravitacional se reduce a:

$$\Box \Psi = 0 \tag{101}$$

Si la solución general es una función de onda del tipo:

$$\Psi(\bar{r}, t) = \bar{\Psi}(\bar{r}) \exp(-j\omega_0 t) \tag{102}$$

la ecuación (101) se escribirá:

$$\nabla^2 \bar{\Psi} + \frac{\omega_0^2}{c^2} \bar{\Psi} = 0 \tag{103}$$

En coordenadas esféricas las soluciones generales de esa ecuación adoptan la forma siguiente:

$$\bar{\Psi}_{\ell m} = \left[A_{\ell m} h_\ell^{(1)}(\beta_0 r) + B_{\ell m} h_\ell^{(2)}(\beta_0 r) \right] \cdot \\ \cdot P_\ell^m(\cos\theta)\, e^{jm\varphi} \tag{104}$$

Siendo $h_\ell^{(1)}$ y $h_\ell^{(2)}$ funciones esféricas de Hankel y $P_\ell^m(\cos\theta)$ los polinomios asociados de Legendre.

Vamos a considerar solamente ondas esféricas progresivas salientes. En este caso:

$$B_{lm} = 0 \tag{105}$$

reduciendo la (104) a:

$$\bar{\Psi}_{lm} = A_{lm}\, h_l^{(1)}(\beta_0 r)\, P_l^m(\cos\theta)\, e^{jm\varphi} \tag{106}$$

En lo sucesivo nos referiremos a las soluciones particulares conocidas como "armónicos esféricos", es decir cuando las funciones de onda no dependen del ángulo de agimut φ. En estos casos resulta:

$$m = 0 \tag{107}$$

degenerando los polinomios asociados de Legendre en los polinomios ordinarios de Legendre.

Tres configuraciones de interés, que corresponden a otras tantas soluciones particulares, van a ser descriptas (Fig. N° 3)

15.1. Funciones de onda para partículas sin "spin".

Este caso corresponde a funciones de onda caracterizadas por:

$$\begin{cases} l = 0 \\ m = 0 \end{cases} \tag{108}$$

y en consecuencia:

$$\bar{\psi}_{00} = A_{00}\, h_0^{(1)}(\beta_0 r)\, P_0(\cos\theta) \qquad (109)$$

es decir:

$$\bar{\psi}_{00} = \frac{A_{00}}{\beta_0 r}\, e^{j\beta_0 r} \qquad (110)$$

Este resultado corresponde a una configuración de simetría esférica. Una partícula elemental con estas características corresponde al caso del mesón π de vida corta, por ejemplo.

15.2. **Funciones de onda para partículas de "spin" igual a la unidad-**

Este caso corresponde a funciones de onda caracterizadas por:

$$\begin{cases} l = 1 \\ m = 0 \end{cases} \qquad (111)$$

y en consecuencia:

$$\bar{\psi}_{10} = A_{10}\, h_1^{(1)}\, P_1(\cos\theta) \qquad (112)$$

es decir:

$$\bar{\psi}_{10} = \frac{A_{10}}{\beta_0}\left(\frac{1}{r} + j\frac{1}{\beta_0 r^2}\right)\cos\theta\, e^{j\beta_0 r} \qquad (113)$$

Esta es la típica configuración con diagrama de la figura "en ocho". El campo posee una componente de "inducción" (que depende de $1/r^2$) componente de campo radiado o lejano (que depende de $1/r$) Una partícula de spin unitario es el fotón, por ejemplo.

15.3. Fondones de onda para partículas de spin igual a .

Este caso corresponde a funciones de onda caracterizadas por:

$$\begin{cases} l = 2 \\ m = 0 \end{cases} \tag{114}$$

y en consecuencia:

$$\dot{\bar{\psi}}_{20} = A_{20}\, h_2^{(1)}\, P_2(\cos\theta) \tag{115}$$

es decir:

$$\bar{\psi}_{20} = \frac{A_{20}}{2\beta_0}\left(\frac{1}{r} + j\frac{3}{\beta_0 r^2} - \frac{3}{\beta_0^2 r^3}\right) \cdot (3\cos^2\theta - 1)\, e^{j\beta_0 r} \tag{116}$$

Esta configuración corresponde a una partícula con un diagrama del tipo "doble ocho" que tiene tres componentes de campo asociados uno de tipo "eléctrico" (que depende de $1/r^3$), uno de inducción (que depende de $1/r^2$) y uno radiado o lejano (que depende de $1/r$).

En un plano cualquiera de $\varphi = cte$ el diagrama mostrará máximos principales según la dirección del eje Z y máximos secundarios sobre un eje perpendicular a dicho eje $\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$.

Las direcciones de los mínimos se ubican en ángulos que corresponden a la relación:

$$\cos \theta_{MIN} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad (117)$$

respecto del eje Z

El eje Z se considera el eje principal dinámico y los ejes Z', en correspondencia de los mínimos, son los ejes electromagnéticos según los cuales puede definirse un momento angular magnético.

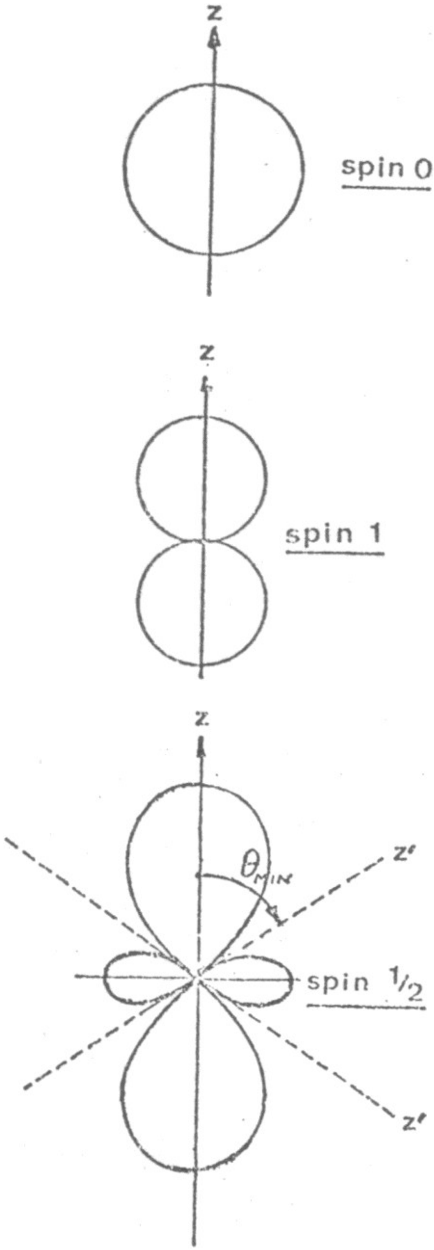

FIG. 3

Los electrones, los protones y los neutrones son partículas que tienen spin .

16. — Interpretación de la constante de estructura fina y la determinación de la longitud de onda universal de gravitación.

En esta sección se pretende dar una razonable interpretación del significado físico de la constante de estructura fina de la materia como un paso intermedio en la determinación del valor de la longitud de onda universal de gravitación.

Para ello resulta conveniente explorar el modelo clásico del átomo de hidrógeno en su estado energético fundamental.

Llamaremos a_0 el radio de Bohr y V la velocidad del electrón en órbita alrededor del núcleo. Esta velocidad orbital está medida por

$$V \cong \alpha c \tag{118}$$

siendo α la constante de estructura fina de la materia cuyo valor es:

$$\alpha \cong \frac{1}{137} \tag{119}$$

El equilibrio de fuerza sobre el electrón requiere que:

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a_0^2} = \frac{m_e V^2}{a_0} \tag{120}$$

en donde:

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a_0} = \alpha^2 m_e c^2 \qquad (121)$$

Admitamos a priori que la masa equivalente de un gravitón tenga un valor:

$$m_{gr} = \alpha^2 m_e \qquad (122)$$

Esta relación nos hace pensar que el enlace gravitacional del electrón en el seno del átomo está materializado por la permanente incidencia de una sola línea de flujo en cualquier instante de tiempo. Esta conclusión parece razonable si se piensa que el electrón deberá mantenerse en una órbita estacionaria para la cual su radiación electromagnética deberá ser nula. En otras palabras el enlace protón-electrón origina un campo eléctrico que queda así confinado en el seno del átomo y como resultado fundamental existe una simetría esférica, a los efectos del sistema en su conjunto, en su configuración natural.

Con estas premisas resulta posible considerar en consecuencia que la constante de estructura fina es una medida del flujo gravitacional total ligado a un electrón, dado que a partir de (122):

$$N_{0_e} \cong \alpha^{-2} = \frac{m_e}{m_{gr}} \qquad (123)$$

Esta relación permitiría calcular el flujo ligado a cualquier otra partícula de masa gravitacional conocida.

Una consecuencia inmediata de esta suposición es la de poder apreciar el valor de la longitud de onda universal de gravitación.

En efecto, utilizando la relación general dada en (11), de la sección 6 se tendrá que

$$\lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} = \frac{\lambda^*}{N_0} \tag{124}$$

de donde

$$\lambda^* = \lambda_0 N_0 = \frac{h N_0}{m_0 c} \tag{125}$$

Con los datos conocidos para el electrón:

$$\lambda^* = \lambda_{0_e} N_{0_e} \cong (137)^2 \lambda_{0_e} \tag{126}$$

lo que nos daría una longitud de onda universal de valor

$$\lambda^* = 4{,}5635 \times 10^{-8} \ m \tag{127}$$

y en correspondencia una frecuencia universal de gravitación:

$$f^* = \frac{c}{\lambda^*} = 6{,}574 \times 10^{15} \ c/s \tag{128}$$

Conceptualmente esta longitud de onda universal de gravitación es la longitud de onda de Compton para un gravitón, o sea:

$$\lambda^{*} = \frac{h}{m_{gr}\,c} = \lambda_{0g} \qquad (129)$$

Una consecuencia inmediata de lo analizado precedentemente es de que la gravitación es la responsable de proveer la cohesión atómica de la materia dentro de los límites naturales impuestos por la dimensión equivalente a una longitud de onda universal.

En efecto se observa que los fotones emitidos o absorbidos por las transiciones de uno de los electrones externos, u ópticos, poseen una longitud de onda del orden de λ^{*}, que en consecuencia constituye el mayor valor posible compatible con una adecuada cohesión atómica de la materia, a nivel atómico, antes de manifestarse el fenómeno de la ionización.

Por otra parte la constante de RYDBERG, correspondiente al potencial de ionización no-relativista del hidrógeno sabemos que es del orden de:

$$R_{\infty} \cong \frac{1}{2}\,\alpha^{2}\, m_{e}\, c^{2} \qquad (130)$$

que con nuestras hipótesis puede ponerse como:

$$R_{\infty} \cong \frac{1}{2}\, m_{gr}\, c^{2} \cong \frac{1}{2}\, h f^{*} \qquad (131)$$

Esta energía es del orden de $10\ eV$ y corresponde prácticamente a las energías de ionización de todos los átomos, mostrando nuevamente como el fenómeno de gravitación universal es efectivamente el responsable de delimitar las dimensiones y los niveles energéticos que hacen posible la cohesión atómica.

17. — Otras previsiones de la dinámica gravitacional

Como consecuencia de esta nueva concepción física es posible desarrollar modelos adicionales de interés para la descripción de interacciones electromagnéticas y de interacciones fuertes.

Desde el punto de vista cuántico las interacciones electromagnéticas suponen el intercambio de fotones como agentes del campo respectivo.

Se ha desarrollado una teoría del fotón que resulta razonablemente aceptable en lo que se refiere a describir adecuadamente algunos fenómenos de interacción entre el campo gravitacional y el campo electromagnético la cual será objeto de otra publicación.

Podemos anticipar que mediante el empleo de dicho modelo es posible prever adecuadamente la desviación de un haz luminoso que roza el borde solar y el efecto del corrimiento hacia el rojo del espectro luminoso por efecto de un campo gravitacional intenso.

También se ha analizado las posibilidades de describir interacciones fuertes en un enlace protón-neutrón de un deuterón mediante la concepción de la dinámica gravitacional. Las fuerzas nucleares aparecen claramente como fuerzas de origen gravitacional cuando ambos nucleones se encuentran dentro del radio de captura a distancias inferiores a la longitud de onda universal de gravitación.

Todas estas posibilidades, que parece brindar esta concepción, afirma la idea fundamental de la existencia de una interacción universal, que es la propia gravitación responsable de originar las cuatro interacciones fundamentales de la física.

18. — Conclusiones

Entre las conclusiones más importantes de esta concepción podemos destacar las siguientes:

1º) En dinámica gravitacional se parte de una definición de la masa que es independiente de las otras magnitudes fundamentales de la física.

2º) La naturaleza ondulatoria de la materia es mejor comprendida si se centra el concepto de masa en una concepción puramente gravitacional.

3°) La frecuencia natural de una partícula es la magnitud representativa de su estado energético fundamental; la longitud de onda de Compton, cuyo significado no aparece claro fuera de esta concepción.

4°) La constante de Planck es la medida fundamental del cuanto de acción del campo gravitacional.

5°) En dinámica gravitacional la interpretación probabilística de la función de onda se orienta al de densidad de flujo gravitacional, la cual es más razonable y mejor entendida.

6°)-Normalmente en mecánica cuántica se pone énfasis exclusivamente en el proceso de modulación de las funciones de onda, que se originan en estados dinámicos relativos. En dinámica gravitacional interesa el proceso integral es decir la configuración natural, de estado libre, y la modulación respectiva del estado dinámico, de ahí la generalización de las ecuaciones de Schrodinger y de Klein Gordon que origina la ecuación fundamental de ondas de la dinámica gravitacional de tipo cuántico-relativista.

7°) El "spin" de las partículas es una consecuencia de la naturaleza cuántico-relativista de las funciones de onda asociadas a la materia y muestra una propiedad intrínseca de su naturaleza gravitacional.

8°) La dinámica gravitacional, en definitiva, parece proveer el mejor puente entre una concepción puramente relativista y una concepción puramente cuántica de la naturaleza.

9°) Si la masa gravitacional es la propiedad fundamental de la materia debemos admitir en consecuencia la existencia de "masa negativa" y sus conceptos equivalentes de "energía negativa" o "frecuencia negativa" por arduo que resulte el concepto. Una mayor comprensión de los llamados "agujeros negros" y "agujeros blancos" puede ser la clave futura para despejar completamente nuestros prejuicios actuales.

10°) El fenómeno de la gravitación parece ser, en definitiva, la interacción universal responsable de las otras interacciones físicas.

Al terminar esta exposición deseo traer a colación un concepto expuesto por EINSTEIN e INFELD en el libro "EVOLUTION OF PHYSICS": "Las ideas fundamentales desempeñan un papel esencial en la formación de una teoría física. Los libros de física están llenos de fórmulas complicadas. Pero pensamientos e ideas, no formulas, constituyen el principio de toda *teoría* física. Las ideas deben, después, adoptar la forma matemática de una teoría cuantitativa para hacer posible su confrontación con la experiencia".

MENDOZA, Agosto 1978.